



TITLE:

負曲率閉曲面の測地流に対応する  
Anosov微分同相写像について(非線  
形系にみられる分岐現象と力学系  
理論)

AUTHOR(S):

橋口, 徳一

---

CITATION:

橋口, 徳一. 負曲率閉曲面の測地流に対応するAnosov微分同相写像につ  
いて(非線形系にみられる分岐現象と力学系理論). 数理解析研究所講究  
録 1989, 710: 54-67

ISSUE DATE:

1989-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/101676>

RIGHT:

負曲率閉曲面の測地流に対応する  
Anosov 微分同相写像について

東大 理 橋口 徳一  
Norikazu HASHIGUCHI

1. INTRODUCTION.

ここでは、負曲率をもつ有向閉曲面の測地流に対応する Birkhoff's section とその上の Anosov 微分同相写像について論ずる。

Birkhoff は、[B]において、Lagrange の運動方程式の解の位相的な性質を研究する中で、surface of section (= Birkhoff's section) を定義した。その後 [F] において、Fried が、負曲率をもつ閉曲面の測地流に対する Birkhoff's section を構成し、この section についての first return map から測地流を再構成する方法を示した。最近になって Ghys がこの first return map が hyperbolic toral automorphism と半共役であることを示し、更にその行列の trace を計算している。ここでは、その行列の共役類を決定し、Fried の方法を用いて測地流をその行列から具体的に構成する。

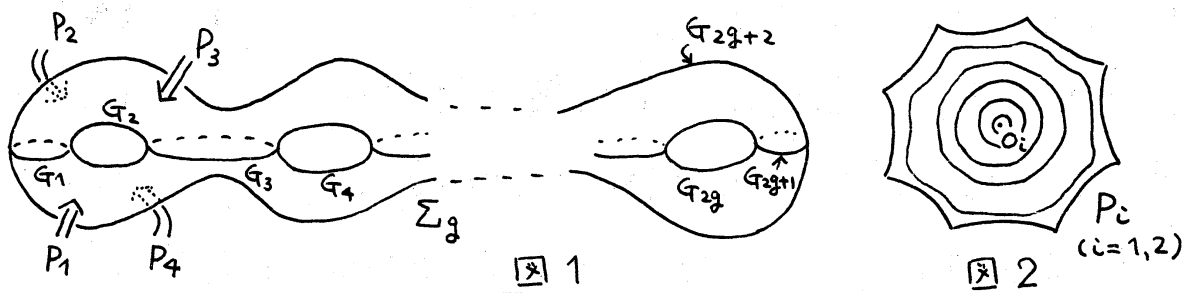
## 2. BIRKHOFF'S SECTION.

$\Sigma_g$ : 種数  $g (\geq 2)$  の有向閉曲面で負曲率をもつ metric を決めておく.

$F_t: T\Sigma_g \rightarrow T\Sigma_g \quad (t \in \mathbb{R})$  : この metric についての測地流  
( $T\Sigma_g$  は単位接ベクトル束)

Fried は  $F_t$  についての Birkhoff's section を以下のように構成した。

$G_1, G_2, \dots, G_{2g+2}$  を図1に示す単純閉測地線とおく。



これらの測地線によつて  $\Sigma_g$  は 4つの  $2g+2$  角形に分割される。図1のように  $P_1, P_2, P_3, P_4$  と呼ぶ。更に  $P_1, P_2$  上に図2のような1個だけ特異点を持つ、凸で滑らかな単純閉曲線の族  $C_1, C_2$  を考える(特異点を  $o_1, o_2$  とする。) 今、

$S = \{ C_1, C_2 \text{ の各 閉曲線に接する長さ1のベクトル} \}$  の  
 $T\Sigma_g$  における閉包

と定義する。 $S$  は次のような性質を持っている。

1.  $S$  は滑らかな有向曲面で、 $F_t$  の閉軌道からなる境界を持っている。  
( $4g+4$ 個の)

2.  $S$  の内部  $S \setminus \partial S$  は  $F_\pm$  と横断的に交わり, first return map  $F: S \setminus \partial S \rightarrow S \setminus \partial S$  は  $S$  の微分同相写像  $\tilde{F}: S \rightarrow S$  へ拡張する。

3.  $S$  の Euler 数は  $-(4g+4)$  である。

従って  $S$  は 2次元トーラス  $T^2$  から  $4g+4$  個の開円板を取り除いた曲面と微分同相である。

今後必要となるので,  $S$  についてもう少し詳しく述べる。

$S_i = S \cap p_0^{-1}(P_i)$  ( $i=1,2$ ) とおく。(ここで  $p_0: T, \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$  は projection である。)  $S_i$  は  $P_i$  上の fibre を中心線とする円筒である。 $D$  を  $\Sigma_g$  の普遍被覆である Poincaré disk とし, その単位接ベクトル束の自然な自明化  $\pi: T, D \rightarrow D \times S^1$  を  $v \in T, D$  に対して  $\pi(v) = (p(v), e(v))$  と定義する。

(ここで  $p: T, D \rightarrow D$  は projection,  $e: T, D \rightarrow S^1 = \partial D$  は  $v \in T, D$  に対して  $p(v)$  を  $v$  方向に出発した測地線が達する  $\partial D$  の点を対応させる写像

$\partial D$  には反時計回りの向きを与え,  $P_i$  の  $D$  への lift を図3のように固定しておく。すると,  $D$  は被覆変換によって  $P_i$  のいずれかと同一視される無限個の  $2g+2$  角形に分割される。

$C_{i+}$  と  $C_{i-}$  ( $i=1,2$ ) を  $C_i$  の閉曲線にそれぞれ反時計回り, 時計回りの向きを与えた, 特異点を1個もつ有向閉曲線の族とする。円筒  $S_i$  を  $T, D$  に含まれると考えて, 次のように座標を

定める。  $\delta_{i\pm}$  を  $S_i$  の境界成分で  $C_{i\pm}$  の境界に対応しているものとする。  $\delta_{i\pm}$  は ある閉測地線  $G_k$  の  $T.D$  への lift に含まれる部分  $h_{i\pm}^j$  と そうでない部分  $v_{i\pm}^j$  ( $j=1, 2, \dots, 2g+2$ ) の  $4g+4$  個の線分に分割できる。そして  $S_1$  と  $S_2$  から  $S$  を得るには  $v_{1+}^j$  と  $v_{2-}^{j'}$ ,  $v_{2+}^{j''}$  と  $v_{1-}^{j''}$  とを貼り合わせれば良い。従って  $\{h_{i\pm}^j\}_{j=1, 2, \dots, 2g+2}^{i=1, 2}$  は  $S$  の境界となる部分である。

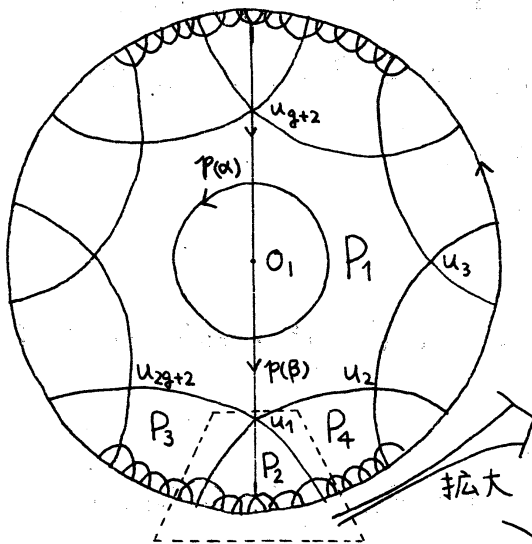


図 3.

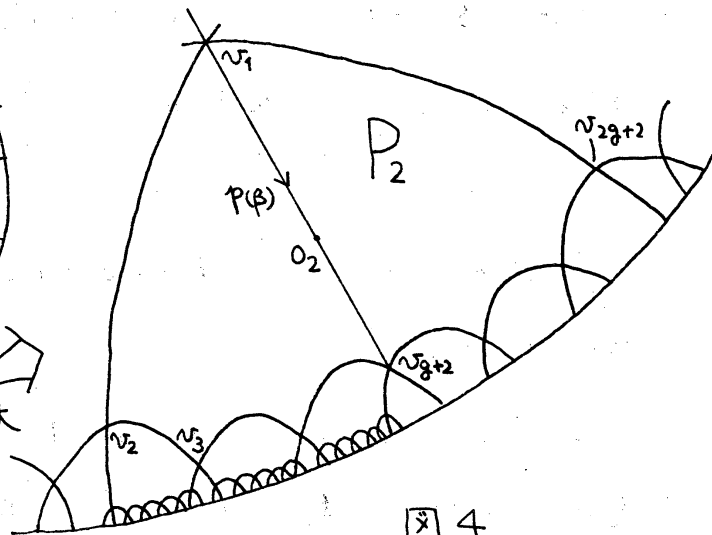


図 4.

$m_i: S_i \rightarrow S'$  を  $e$  を  $S_i$  に制限した写像とする。  $S_i \setminus \partial S_i$  は 開区間  $m_i^{-1}(a)$  ( $a \in S'$ ) に分割される。  $S_i \setminus \partial S_i$  と  $(0,1) \times S'$  の同一視を  $m_i^{-1}(a)$  が  $(0,1) \times \{a\}$  に対応し、  $\{e\} \times S'$  ( $e \in (0,1)$ ,  $e \neq \frac{1}{2}$ ) は  $0 < e < \frac{1}{2}$  の時  $C_{i+}$  の閉曲線の lift と対応し、  $\frac{1}{2} < e < 1$  の時  $C_{i-}$  の閉曲線の lift と対応するように定める。  $k_i: S_i \setminus \partial S_i \rightarrow (0,1)$  を その projection とする。

$\hat{S}_i$  を  $S_i$  の各  $h_i$  をそれぞれ 1 点につぶして得られる円筒とする。 $k_i$  の拡張を  $\hat{k}_i: \hat{S}_i \rightarrow [0,1]$  と書く。又  $m_i$  は各  $h_i$  を 1 点に写していたので  $m_i$  の拡張  $\hat{m}_i: \hat{S}_i \rightarrow S^1$  も定義できて  $\hat{k}_i \times \hat{m}_i: \hat{S}_i \rightarrow [0,1] \times S^1$  なる同-視が得られる。

$\hat{S}$  を  $S$  の各境界成分を 1 点につぶして得られる 2 次元トラスとし  $\hat{F}: \hat{S} \rightarrow \hat{S}$  は  $\tilde{F}$  から得られる  $\hat{S}$  の同相写像とする。この時 Ghys は 次を示した。([G])

Theorem A.  $\hat{F}$  は hyperbolic toral automorphism と位相共役である。

すなわち  $A_g \in SL(2, \mathbb{Z})$   $| \text{trace } A_g | > 2$  があって、

更に 同相写像  $H: T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2 \rightarrow \hat{S}$  によって

$$\hat{A}_g = H^{-1} \circ \hat{F} \circ H$$

と書ける。(ここで  $\hat{A}_g$  は  $A_g$  が  $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$  へひきおこす微分同相写像である。)

筆者は  $A_g$  の  $SL(2, \mathbb{Z})$  における共役類を決定した。

(注) Ghys は  $A_g$  の trace をも計算しているが、 $SL(2, \mathbb{Z})$  の共役類は trace では決まらない。([S-F])

Theorem B.  $\hat{S}$  のある basis の下で  $A_g$  は 次の形に書ける。

$$A_g = \begin{pmatrix} 2g^2 - 1 & 2g(g-1) \\ 2g(g+1) & 2g^2 - 1 \end{pmatrix} = \left( - \begin{pmatrix} g & g-1 \\ g+1 & g \end{pmatrix} \right)^2$$

3. Theorem B. の証明のあらすじ.

$A_g$  の成分を求めるには、次の事を行う。 $T^2$  の basis  $\langle \tilde{\alpha}, \tilde{\beta} \rangle$  を  $\pi_1(T^2)$  の生成元となる単純閉曲線の組とする。 $\hat{A}_g$  の  $\pi_1(T^2)$  への作用を  $\hat{A}_g*$  とすると

$$\hat{A}_g*[\tilde{\alpha}] = a[\tilde{\alpha}] + b[\tilde{\beta}]$$

$$\hat{A}_g*[\tilde{\beta}] = c[\tilde{\alpha}] + d[\tilde{\beta}] \quad a, b, c, d \in \mathbb{Z}$$

( $[\tilde{\alpha}], [\tilde{\beta}]$  は  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$  の代表する  $\pi_1(T^2)$  の元)

と書けてゐるならば、 $A_g$  は次の様になる。

$$A_g = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}.$$

まず  $\hat{S}$  の basis を決める。初めに、 $C_{1+}$  の元で  $O_1$  の近くの単純閉曲線を選び、その  $T_1\Sigma_g$  への lift を  $\alpha$  とおくと、 $\alpha$  は  $S \setminus \partial S$  の中の単純閉曲線である。 $P_1$  と  $P_2$  の頂点を図 3, 4 に示すように反時計回りにそれぞれ  $u_1, u_2, \dots, u_{2g+2}$  と  $v_1, v_2, \dots, v_{2g+2}$  と呼ぶことにする。このとき  $u_{g+2}, o_1, u_1 = v_1, o_2, v_{g+2} = u_{g+2}$  をこの順に通過する  $P_1 \cup P_2$  内の単純閉曲線

の  $\pi_1 \Sigma_g$  への lift を  $\beta$  とおく。(この lift は実際には、線分  $(u_{g+2}, 0_1)$  の持ち上げが  $k_1^{-1}(0, \frac{1}{2})$  に存在するものと、 $k_2^{-1}(\frac{1}{2}, 1)$  に存在するものの 2 通りあるが今は  $k_1^{-1}(0, \frac{1}{2}) \wedge (u_{g+2}, 0_1)$  が持ち上がっている方を考える。)  $\beta$  は  $S \setminus \partial S$  内の単純閉曲線である。 $\alpha, \beta$  とともに  $S \setminus \partial S$  に含まれるので、 $\hat{S}$  内の単純閉曲線  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$  を表す。

Lemma.  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$  は  $\hat{S}$  の basis をなす。

⊙  $\alpha$  と  $\beta$  は  $S \setminus \partial S$  において横断的にただ 1 度だけ交わっている。 $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$  も  $\hat{S}$  において同様のことを満たし従って  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$  は  $\pi_1(\hat{S})$  の生成元を表している。 //

$\hat{S}$  を得ると共に  $S_1$  と  $S_2$  の  $v_{1\pm}$  と  $v_{2\pm}$  をはり合わせて  $S$  をつくり  $\partial S$  の各成分を 1 点につぶす操作を行った。従って順序を逆にして  $\hat{S}_1$  と  $\hat{S}_2$  をこれらの境界  $\hat{\delta}_{i\pm}$  ではり合わせても  $\hat{S}$  を得ることができる。 $\hat{m}_i$  を  $\hat{\delta}_{i\pm}$  に制限すると  $S'$  の向きを保つ同相写像となるが、これによって  $\hat{\delta}_{i\pm}$  と  $\partial D = S'$  とを同一視する。 $\hat{\delta}_{1+}$  と  $\hat{\delta}_{2-}$ ,  $\hat{\delta}_{2+}$  と  $\hat{\delta}_{1-}$  のはり合わせの写像は  $\partial D$  の同相写像と見ることができる。又、 $k_1^{-1}(0) = \hat{\delta}_{1+}$ ,  $k_2^{-1}(1) = \hat{\delta}_{2-}$ ,  $k_2^{-1}(0) = \hat{\delta}_{2+}$ ,  $k_1^{-1}(1) = \hat{\delta}_{1-}$ ,



であるので、 $k: \hat{S} \rightarrow S' = [0, 2] / 0 \sim 2$  なる写像を

$$\begin{cases} \hat{k}_1(x) & x \in \hat{S}_1 \\ \hat{k}_2(x) + 1 & x \in \hat{S}_2 \end{cases}$$

と定義できる。

$C_i$  の単純閉曲線は、 $\square$  なので  $m_i$  を  $\alpha$  に制限した写像  $m_i|_{\alpha}$  は向きを保つ同相写像である。又、 $\beta$  は  $S_1$  において、 $\sigma_{1+}$  の点を出発し、 $p^{-1}(0_1)$ ,  $\sigma_{1-} = \sigma_{2+}$ ,  $p^{-1}(0_2)$ ,  $\sigma_{2-} = \sigma_{1+}$  を横切る。 $p(\beta)$  は  $C_i$  の元と横断的に交わるので、 $\tilde{\beta}$  も  $k^{-1}(a)$  ( $a \in S' = [0, 2] / 0 \sim 2$ ) と横断的に交わっている。従って  $k|_{\tilde{\beta}}$  も向きを保つ同相写像である。

以上のことから次のことがわかる。

④  $\gamma$  を  $\hat{S}$  の閉曲線としたとき、 $\pi_1(\hat{S})$  において

$$[\gamma] = a[\tilde{\alpha}] + b[\tilde{\beta}] \quad a, b \in \mathbb{Z}$$

が成立している、ここで以下は同値である。

まず  $k(\gamma)$  が  $S' = [0, 2] / 0 \sim 2$  を  $b$  回巻いている。(ここで  $S' = [0, 2] / 0 \sim 2$  には自然な向きを与えておく。)

次に  $\gamma'$  を  $\hat{S}_1$  の閉曲線で、 $\pi_1(\hat{S})$  において  $[\gamma] - b[\tilde{\beta}]$  を表しているものとする。  $\hat{m}_1(\gamma')$  は  $S' = \partial D$  を  $a$  回巻いている。

(ここで  $\pi_1(\hat{S})$  と free homotopy class  $[S', \hat{S}]$  とを区別していない。)

この手順に従って  $\hat{F}(\alpha)$ ,  $\hat{F}(\beta)$  が  $\pi_1(\hat{S})$  の元としてどのように表されるかを求めることができる。実際に計算してみると

$$\hat{F}_*[\alpha] = (2g^2 - 1)[\alpha] + 2g(g+1)[\beta]$$

$$\hat{F}_*[\beta] = 2g(g-1)[\alpha] + (2g^2 - 1)[\beta]$$

となる。これで Theorem B. は示された。

#### 4. $F_t$ の再構成.

Fried は、ある条件を満たす 擬 Anosov 写像 から、3次元閉多様体上の transitive な Anosov 流を構成した。ここでは、彼の方法を用いて  $A_g$  から 測地流  $F_t$  を具体的に構成する。

$x_1, x_2, \dots, x_{4g+4} \in T^2$  を  $\hat{A}_g : T^2 \rightarrow T^2$  の固定点とし、  
 $T_0 = T^2 \setminus \{x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}\}$  とおく。  $T$  は  $T_0$  の自然な compact 化とする。  $\hat{A}_g|_{T_0}$  によって  $\dot{A}_g : T \rightarrow T$  なる同相写像が得られ、それは各境界の  $S^1$  を自分自身に写している。  $\dot{A}_g$  の mapping torus を  $M^*$ ,  $\dot{A}_g$  の suspension flow を  $\phi_t^* : M^* \rightarrow M^*$  とおく。  $M^*$  の境界は  $x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}$  に対応して  $4g+4$  個のトーラス  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_{4g+4}^*$  から成る。各  $x_i^*$  には  $H_1(x_i^*)$  の座標系を次のように与える。  
 $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

i) 1番目の生成元は meridian  $m \in H_1(x_i^*)$  で

$\phi_*^*|_{x_i^*}$  の閉軌道の1つが代表している。

ii) 2番目の生成元は longitude  $l \in H_1(x_i^*)$  で

mapping torus  $M^* \rightarrow S^1$  の fibre の境界に時計回りの向きを与えた閉曲線が代表している。(図5)

$x_i^*$  は  $\phi_*^*|_{x_i^*}$  の全ての軌道と横断的に交わり  $H_1(x_i^*)$  において  $m+l$  を代表する  $S^1$  を葉とする foliation を持っている。この foliation の各葉を1点につぶすことにより新しい flow  $\phi_* : M \rightarrow M$  が得られ、実はこの  $\phi_*$  は 測地流  $F_*$  と位相共役である。このようにして  $x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}$  をうまく選べば  $F_*$  が位相的に再構成されるのである。

(注) 位相的に考えれば、 $M$  は  $\hat{A}_g$  の mapping torus に  $4g+4$  回  $(1,1)$ -Dehn surgery を行て得られた。

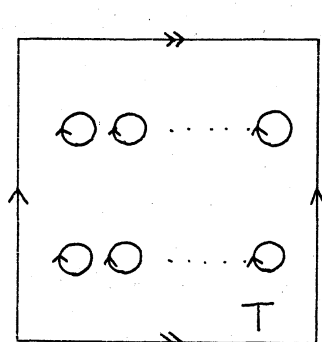


図5.

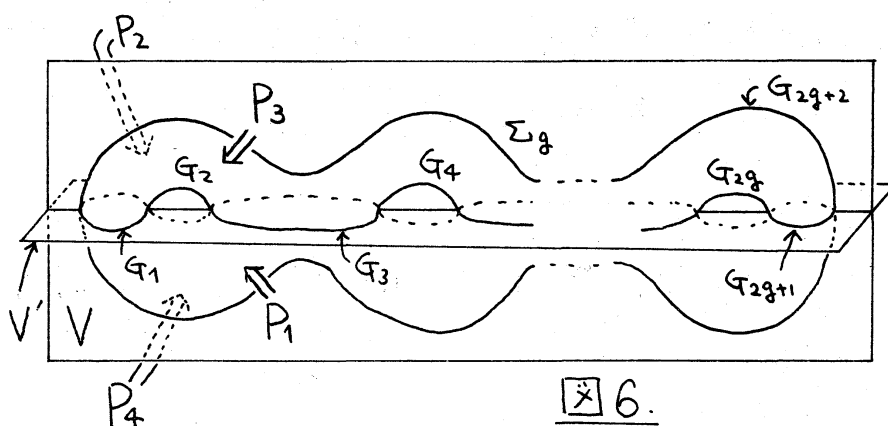


図6.

そこで、 $4g^2 - 4$  個ある  $\hat{A}_g$  の固定点の中から  $x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}$  を選び出す。そのためには、 $A_g$  が  $B_g = \begin{pmatrix} -g & -(g-1) \\ -(g+1) & -g \end{pmatrix}$  の 2 乗の形をしている理由を知ることが有効である。 $V$  を図 6 に示す様な、 $G_2, G_4, \dots, G_{2g+2}$  を含む平面とする。 $V$  についての対称変換  $\tau: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$  とおく。 $\tau(P_1) = P_4$ ,  $\tau(P_2) = P_3$  となっている。 $P_3, P_4$  の単純閉曲線の族をそれぞれ  $C_3 = \tau(C_2)$ ,  $C_4 = \tau(C_1)$  で定義する。 $C_1, C_2$  の時と同様に  $C_3, C_4$  から  $P_3, P_4$  上の  $F_*$  に対する section  $S_3, S_4 \subset T_1 \Sigma_g$  が得られ  $S' = S_3 \cup S_4$  は  $F_*$  に対する Birkhoff's section となる。 $S$  と  $S'$  は互いの境界部分が貼り合わさって  $S \cup S'$  は閉曲面であり  $F': S \cup S' \rightarrow S \cup S'$  を  $F_*$  に対する "first return map" から得られる写像とする。 $C_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) の閉曲線は凸だから  $F'(S) = S'$ ,  $F'(S') = S$  であり、 $F = (F'|_{S'}) \circ (F'|_S)$  が成立する。 $\tau$  が単位接ベクトル束へ誘導する写像を  $T_1 \tau: T_1 \Sigma_g \rightarrow T_1 \Sigma_g$  とおくと、 $(T_1 \tau) \circ (T_1 \tau) = \text{id}_{T_1 \Sigma_g}$ ,  $T_1 \tau(S) = S'$  を満たす。測地流  $F_*$  と  $T_1 \tau$  は、 $V$  をうまく取れば、可換なので次が成立する。

Lemma.  $F'$  と  $T_1 \tau$  は可換である。すなわち  $F' \circ (T_1 \tau) = (T_1 \tau) \circ F'$

従って  $F'|_{S'} = (T_1 \tau|_{S'}) \circ (F'|_S) \circ (T_1 \tau|_S)^{-1} = (T_1 \tau|_{S'}) \circ (F'|_S) \circ (T_1 \tau|_{S'})$

$$F = (F|_{S'}) \circ (F|_S) = (\pi|_{S'}) \circ (F|_S) \circ (\pi|_{S'}) \circ (F|_S) = \{(\pi|_{S'}) \circ (F|_S)\}^2$$

$\hat{S}'$  を  $S'$  の各境界成分を 1 点に結びつけて得られる 2 次元トラスとし  $\hat{\pi}|_{\hat{S}'}$ ,  $\hat{F}|_{\hat{S}}$  を  $\pi|_{S'}$ ,  $F|_S$  から誘導される写像とする。すると、上の事から  $\hat{F} = \{(\hat{\pi}|_{\hat{S}'} \circ (\hat{F}|_{\hat{S}}))\}^2$  となる。従って  $\hat{B}_g$  を  $B_g$  から  $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$  へひきおこす微分同相写像とすると、 $\{H^{-1} \circ (\hat{\pi}|_{\hat{S}'} \circ (\hat{F}|_{\hat{S}})) \circ H\}^2 = \hat{A}_g = (\hat{B}_g)^2$  が成立するので、次は容易にわかる。

Proposition.  $H^{-1} \circ (\hat{\pi}|_{\hat{S}'} \circ (\hat{F}|_{\hat{S}})) \circ H = \hat{B}_g.$

$V'$  を図 6 に示す様な  $G_1, G_3, \dots, G_{2g+1}$  を含む平面とし  $\tau': \Sigma_g \rightarrow \Sigma_g$  を  $V'$  についての対称変換  $\tau|_{\Sigma_g}: T_1 \Sigma_g \rightarrow T_1 \Sigma_g$  を  $\tau'$  から得られる写像  $\hat{\tau}|_{\hat{S}'}$  は  $\tau|_{S'}$  から誘導される写像とする。  $\hat{B}_g(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  を アフィン写像  $\begin{pmatrix} B_g & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  から  $T^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$  へひきおこす微分同相写像とすると Proposition を成立させる 普遍被覆  $\pi: \mathbb{R}^2 \rightarrow T^2$  の下で、上と同様にして次が示される。

$$H^{-1} \circ (\hat{\tau}|_{\hat{S}'} \circ (\hat{F}|_{\hat{S}})) \circ H = \hat{B}_g(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}).$$

閉測地線  $G_i$  は、2通りの向きを持ち得るので  $T_1 \Sigma_g$  への  $\iota_i$  は 2通りあるが、それを  $+G_i, -G_i$  と書く。  $\{x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}\}$

は  $S$  の境界に対応する  $\hat{S}$  の点である。  $\partial S = \{\pm G_1, \pm G_2, \dots, \pm G_{2g+2}\}$  であり、  $\{\pm G_1, \pm G_3, \dots, \pm G_{2g+1}\}$  は  $(\hat{T}|_{\hat{S}}) \circ (\hat{F}|_{\hat{S}})$  の固定点に対応し、  $\{\pm G_2, \pm G_4, \dots, \pm G_{2g+2}\}$  は  $(\hat{T}|_{\hat{S}}) \circ (\hat{F}|_{\hat{S}})$  の固定点に対応している。従って、  $T^2$  で考えると、  $\{x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}\}$  は  $\hat{B}_g, \hat{B}_g(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  の固定点 となっている訳だが、  $\hat{B}_g, \hat{B}_g(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  の固定点の数はともに  $2g+2$  個であり、共通な固定点はないので

$$\begin{aligned} \{x_1, x_2, \dots, x_{4g+4}\} &= \text{Fix}(\hat{B}_g) \cup \text{Fix}(\hat{B}_g(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})) \\ &= \left\{ \pi\left(\frac{a}{2(g+1)}, \ell\right); \ell=0, \frac{1}{2} \quad a=0, 1, 2, \dots, 2g+1 \right\}. \end{aligned}$$

従って

Theorem C. 行列  $A_g$  から測地流  $F_A$  を構成する

ためには、次のことを行えば良い。

1. まず  $\hat{A}_g$  の suspension flow を作る。
2. 次に  $\{\pi(\frac{a}{2(g+1)}, \ell) \in T^2; \ell=0, \frac{1}{2} \quad a=0, 1, 2, \dots, 2g+1\}$  に対応する, suspension flow の閉軌道 について。

Fried の (1,1) - Dehn surgery を行う。

こうしてできた 3次元閉多様体上の flow は測地流  $F_A$  と位相共役である。

## References

- [A] Anosov, D.V., Geodesic Flows on Closed Riemannian Manifolds with Negative Curvature, Proc. Steklov Inst. Math. 90, 1-235 (1967).
- [B] Birkhoff, G.D., Dynamical Systems with Two Degrees of Freedom, Trans. Amer. Math. Soc. 18, 199-300 (1917).
- [F] Fried, D., Transitive Anosov Flows and Pseudo-Anosov Maps, Topology vol. 22, no. 3, 299-303 (1983).
- [G] Ghys, E., Sur l'invariance topologique de la classe de Godbillon-Vey, Ann. Inst. Fourier 37, 59-76 (1987).
- [S-F] Sakamoto, K. and Fukuhara, S., Classification of  $T^2$  bundles over  $T^2$ , Tokyo J. Math. vol. 6, no. 2, 311-327 (1983).